Određeni i neodređeni integral
Vrsta: Seminarski | Broj strana: 10 | Nivo: PMF Novi Sad

Sadržaj:

I INTEGRALI

I 1. Određeni integral

Pojam integralne sume

Neka je funkcija f(x) definisana u intervalu (a,b) i neka je a=x0<x1<...<xn-1

Slika 1. Analiza pojma integralne sume

Suma oblika

gde je xi£ xi £ xi+1 ; Dxi=xi+1-xi; i=0, 1, 2, …, (n-1), naziva se integralna suma funkcije f(x) u [a,b].

Geometrijski gledano integralna suma predstavlja površinu pripadajućih pravougaonika (slika 1).

Definicija 1. (određeni integral) Granična vrednost integralne sume Sn, pod uslovom da broj delova podele n taži u beskonačnost, a najveća razlika Dxi teži ka nuli, naziva se određeni integral funkcije f(x) u granicama od x=a do x=b, tj

Geometrijski određeni integral

predstavlja površinu ograničenu x-osom, pravama x=a i x=b, i krivom y=f(x) (isprekidano išrafirana oblast na slici 2)

Slika 2. Geometrijska predstava vrednosti određenog integrala

Za izračunavanje brojne vrednosti određenog integrala koristi se Njutn-Lajbnicova (Newton-Leibniz) formula koja glasi:

Ako je F(x) jedna primitivna funkcija funkcije f(x), odnosno F'(x)=f(x), onda je

Primitivna funkcija se, naravno, izračunava određivanjem neodređenog integrala

tako da se izračunavanje određenog integrala svodi na

1. izračunavanje neodređenog integrala, a zatim na
2. primenu Njutn-Lajbnicove formule na izračunati neodređeni integral.

Primer 1. Naći

Rešenje:

I 2.Neodređeni integral

Definicija 1. (primitivna funkcija)

Primitivnom funkcijom funkcije f(x) naziva se funkcije F(x) čiji je prvi izvod jednak funkciji f(x), tj F'(x)=f(x).

Na primer za funkciju y=2x, primitivna funkcija je F(x)=x2 jer je (x2)' =2x.

Naravno, ako je F(x) primitivna funkcija funkcije f(x) onda je i (F(x)+C) za bilo koju konstantu C, takođe primitivna funkcija funkcije f(x), jer važi implikacija

F(x)’=f(x) Þ (F(x)+C)’=f(x) jer je C’=0, gde je C bilo koja konstanta.

... </x1<…<xn-1