

Sadržaj

Simsonova teorema.....	2
Menelajeva teorema.....	3
Paposova teorema.....	5
Apolonijeva teorema.....	8

Literatura

Simsonova teorema

Teorema Podnožja normala iz proizvoljne tačke opisanog kruga trougla ABC na pravama određenim stranicama trougla su kolinearne tačke.

Dokaz

Neka je tačka M proizvoljna tačka sa opisanog kruga trougla ABC i neka ona pripada luku BC, a neka su P, Q i R podnožja normala iz M, redom na stranice BC, AC i AB.

Posmatrajmo četvorougao BRMP koji je tetivan jer je ugao $\angle BMR = 90^\circ$, jednak pravom uglu. U njemu je ugao $\angle BRM = \angle BPR$. Takođe četvorougao PMCQ je tetivan jer je ugao $\angle CPM = 90^\circ$ jednak pravom uglu. U njemu je ugao $\angle PCQ = \angle CPM$. Ali iz jednakosti $\angle BPR = \angle CPM$ jednako zbiru dva prava ugla i jednakosti $\angle BRM = \angle PCQ$ takođe jednako zbiru dva prava ugla, imamo da je $\angle BRM = \angle PCQ$.

Sada posmatrajmo trougao BRM i trougao QMC. Iz svega prethodnog dobijamo da je ugao $\angle BRM = \angle CQM$. I iz tetivnosti četvorougla BRMP i četvorougla PMCQ zaključujemo da je ugao $\angle BRM = \angle CQM$. Što znači da su tačke P, Q i R kolinearne.

Menelajeva teorema

Teorema Tačke P, Q i R pravih određenim stranicama BC, CA i AB trougla ABC su kolinearne ako i samo ako važi

$$\frac{BP}{PC} \cdot \frac{CQ}{QA} \cdot \frac{AR}{RB} = 1$$

Dokaz

Pretpostavimo da su tačke P, Q i R kolinearne. Spustimo normale iz tačaka A, B i C na pravu određenuj tačkama P, Q i R. Označimo tačke podnožja normala sa, redom, A', B' i C'. Trougao B'BP je sličan trouglu C'CB' jer imaju zajednički ugao kod temena P i ugao $\angle B'BP = \angle C'CB'$ jer su uglovi $\angle B'BP$ i $\angle C'CB'$ jednaki, kao unakrsni uglovi, a uglovi kod temena A' $\angle B'AP$ i $\angle C'CP$ su jednaki pravom uglu pa su jednaki međusobno. Iz sličnosti zaključujemo odnos $\frac{BP}{PC} = \frac{B'A'}{A'C'}$. I na kraju trouglovi AA'B' i AA'C' su slični trouglu BB'A' i BB'C' jer su uglovi $\angle B'AP$ i $\angle C'CP$ jednaki kao unakrsni uglovi, i uglovi kod temena A' $\angle B'AP$ i $\angle C'CP$ su jednaki međusobno jer su jednaki pravom uglu. Važi odnos $\frac{AA'B'}{AA'C'} = \frac{BB'A'}{BB'C'}$.

----- **OSTATAK TEKSTA NIJE PRIKAZAN. CEO RAD MOŽETE PREUZETI NA SAJTU.** -----

www.maturskiradovi.net

MOŽETE NAS KONTAKTIRATI NA E-MAIL: maturskiradovi.net@gmail.com